6.Übungsblatt zu

Einführung in die Zahlentheorie

SS 2006
Prof. Dr. K.-H. Indlekofer

Abgabe: Donnerstrag, den 01.06.2006 in der Vorlesung.
Bemerkung: die Lösungswege müssen ersichtlich sein!

Aufgabe 6.1.
Sei $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{C}$ eine Abbildung mit der Eigenschaft, daß $f(xy) = f(x) + f(y)$ für alle $x, y \in \mathbb{N}$ gilt. Man zeige, daß dann für alle natürliche Zahlen n

$$f(a^n) = nf(a) \ (a \in \mathbb{N})$$

ist.

Aufgabe 6.2.
a)Ist $n(n-1)(2n-1)$ für jedes ganze n durch 6 teilbar?
b) Man zeige: $ggT(a_1, \ldots, a_{n+1}) = ggT(ggT(a_1, \ldots, a_n), a_{n+1})$.

Aufgabe 6.3.
Finde die kleinste positive ganze Zahl n so dass $\sigma(x) = n$ keine Lösung, genau eine Lösung, bzw. genau 3 Lösungen hat!

Aufgabe 6.4
Definiere die arithmetische Funktionen $\omega(n), \Omega(n)$ folgenderweise:
wenn $n = {p_1}^{k_1} \cdot \ldots \cdot {p_r}^{k_r}$ die kanonische Primfaktorzerlegung von n ist, dann $\omega(n) := r$, die Anzahl der verschiedenen Primteiler von n, und $\Omega(n) = k_1 + \ldots + k_r$, die totale Anzhal der Primfaktoren von n.
Zeige, daß n ist genau dann quadratfrei, wenn $\Omega(n) = \omega(n)$. Zeige, daß die arithmetische Funktion $(-1)^{\omega(n)}$ ist multiplikativ.