5.Übungsblatt zu

Einführung in die Zahlentheorie

SS 2006
Prof. Dr. K.-H. Indlekofer

Abgabe: Montag, den 29.05.2006 in der Übung.
Bemerkung: die Lösungswege müssen ersichtlich sein!

Aufgabe 5.1.
Welcher Wochentag war der
a) 19.Januar 1955
b) 29. Dezember 1951
c) 29. Februar 1992

Aufgabe 5.2.
Sei p eine ungerade Primzahl. Man zeige: Eine primitive Wurzel a modulo p ist dann und nur dann primitive Wurzel modulo p^n, $n \geq 2$, wenn gilt

$$p^2 \nmid a^{p-1} - 1.$$

Aufgabe 5.3.
Man gebe ein erzeugendes Element der Primen Restklassengruppe $\mathcal{P}_{54}$ an.

Sei p eine Primzahl, und g ein erzeugendes Element der Gruppe $\mathcal{P}_p$. Dann gibt es genau ein ν aus dem Intervall $1 \leq \nu \leq p-1$ mit $\overline{a} = \overline{g}^\nu$. Diese Zahl ν heißt Iindex von $\overline{a}$ bezüglich $\overline{g}$. Wir benutzen die Bezeichnung $\nu = Ind_{\overline{g}}\overline{a}$ oder $\nu = Ind\overline{a}$.
Aufgabe 5.4.
Sei p eine Primzahl, g und h seien primitive Wurzeln modulo p. Man zeige, daß dann für $a \in \mathbb{Z}, ggT(a,p) = 1$, gilt:

$$Ind_{\overline{h}}\overline{a} \equiv (Ind_{\overline{g}}\overline{a}) \cdot (Ind_{\overline{h}}\overline{g}) \bmod p-1.$$

Aufgabe 5.5
Sei $p > 2$. Man zeige, daß bezüglich einer beliebigen primitiven Wurzel mod p die Beziehung

$$Ind\overline{(-1)} = Ind\overline{(p-1)} = \frac{1}{2}(p-1)$$

gilt.