4.Übungsblatt zu

Einführung in die Zahlentheorie

SS 2006
Prof. Dr. K.-H. Indlekofer

Abgabe: Donnerstag, den 18.05.2006 in der Vorlesung.
Bemerkung: die Lösungswege müssen ersichtlich sein!

Aufgabe 4.1.
Unter der Vorasussetzung

$$\pi_2(x) = O\left(\frac{x}{\log^2 x}\right)$$

zeige man, daß

$$\sum_{p,p+2prim} \frac{1}{p}$$

konvergiert.

Aufgabe 4.2.
Man bestimme sämtliche Lösungen der Kongruenz

$$x^4 + 2x + 1 \equiv 0 \bmod 7^3.$$

Aufgabe 4.3.
Man löse die Kongruenzen:
a) $x^2 \equiv -1 \bmod 65$
b)$x^2 \equiv -2 \bmod 33$

Aufgabe 4.4.
Sei p eine Primzahl. $a_1, \ldots, a_n$ seien ganze Zahlen. Man beweise

$$(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)^p \equiv a_1^p + a_2^p + \cdots + a_n^p \bmod p.$$

Aufgabe 4.5
Sei $f(x)$ ein beliebiges Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten und $\psi(n)$ die Anzahl der Werte

$$f(0), f(1), \ldots, f(n-1),$$

die prim zu n sind. Man zeige:
a) ψ ist multiplikativ.
b) Es gilt

$$\psi(p^\alpha) = p^{\alpha-1}(p - b_p),$$

wobei b_p die Anzahl der Zahlen $f(0), f(1), \ldots, f(p-1)$ ist, die durch p teilbar sind.