1.Übungsblatt zu

Einführung in die probabilistische Zahlentheorie

WS 2005/2006
Prof. Dr. K.-H. Indlekofer

Abgabe: Montag, den 14.11.2005 in der Übung.

Aufgabe 1.1.
Beweisen Sie die folgende Formel:

$$\sum_{p\le x}\frac{1}{p}=\log\log x+c+O\Big(\frac{1}{\log x}\Big),$$

wobei c eine Konstante ist.

Aufgabe 1.2.
Man beweise die sogenannte Mertens-Formel:

$$\prod_{p\le x}\Big(1-\frac{1}{p}\Big)=\frac{e^{-\gamma}}{\log x}\Big(1+O\Big(\frac{1}{\log x}\Big)\Big)$$

Aufgabe 1.3.
Man beweise, dass die Konvergenz der Folge

$$\Big(\sum_{p\le n}\frac{\log p}{p}-\log n\Big)_{n=1,2,\dots}$$

den Primzahlsatz impliziert.

Aufgabe 1.4.
Man beweise

$$\sum_{m\le n}\frac{1}{m}=\log n+\gamma+\frac{1}{2n}-\frac{1}{12n^2}+\frac{\vartheta}{60n^4}$$

mit $0\le\vartheta\le 1$.