

1. Übungsblatt zu

Einführung in die probabilistische Zahlentheorie

WS 2005/2006

Prof. Dr. K.-H. Indlekofer

Abgabe: Montag, den 14.11.2005 in der Übung.

Aufgabe 1.1.

Beweisen Sie die folgende Formel:

$$\sum_{p \leq x} \frac{1}{p} = \log \log x + c + O\left(\frac{1}{\log x}\right),$$

wobei c eine Konstante ist.

Aufgabe 1.2.

Man beweise die sogenannte Mertens-Formel:

$$\prod_{p \leq x} \left(1 - \frac{1}{p}\right) = \frac{e^{-\gamma}}{\log x} \left(1 + O\left(\frac{1}{\log x}\right)\right)$$

Aufgabe 1.3.

Man beweise, dass die Konvergenz der Folge

$$\left(\sum_{p \leq n} \frac{\log p}{p} - \log n\right)_{n=1,2,\dots}$$

den Primzahlsatz impliziert.

Aufgabe 1.4.

Man beweise

$$\sum_{m \leq n} \frac{1}{m} = \log n + \gamma + \frac{1}{2n} - \frac{1}{12n^2} + \frac{\vartheta}{60n^4}$$

mit $0 \leq \vartheta \leq 1$.