Lösungswege zu 1.Übungsblatt zu

Einführung in die probabilistische Zahlentheorie

WS 2005/2006
Prof. Dr. K.-H. Indlekofer

Aufgabe 1.1.

$$\sum_{p\le x}\frac{1}{p}=\sum_{p\le x}\frac{1}{p}\cdot\frac{\log p}{\log p}$$

Man verwende Partielle Summation und benutze dabei, dass für $t \geq 2$:

$$R(t):=\sum_{p\le t}\frac{\log p}{p}-\log t=O(1)$$

gilt.

Aufgabe 1.2.
Man kann den Beweis im folgenden Buch nachlesen:
Hardy, Wright: Theory of numbers (s. 351-353).

Aufgabe 1.3.
Man verwende

$$\pi(x)=\sum_{p\le x}1=\sum_{p\le x}\frac{\log p}{p}\cdot\frac{p}{\log p},$$

und die folgende Form der Voraussetzung:

$$\sum_{p\le x}\frac{\log p}{p}=c+o(1).$$

Dann mit Partielle Summation folgt die Behauptung.

Aufgabe 1.4.
Man verwende die Euler-Maclaurin Summenformel für $k = 3$ und $f(t) = \frac{1}{t}$, die folgende Definition von der Euler-Konstante:

$$\gamma=\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{m}-\log n\right)$$

und die Voraussetzung der Aufgabe.