XIII. ÜBUNG zu GRUNDZÜGE der ALGEBRA

Abgabe: MI, 31. JAN. 2007, 11:00 UHR in den orangen Kasten Nr. **8**

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/GZ-Algebra/

Bitte geben Sie außer Ihrem Namen auch **deutlich** die Übungsgruppe mit an.

Achtung: Vorlesung am Mo 29.1.2007, 8:00 - 10:00 Uhr.

Klausurtermin: Montag, 12.2.2007, 9:00 - 12:00 Uhr im Hörsaal C1.

38. Aufgabe: Seien m, n, $k \neq 0$ paarweise teilerfremd. Sei $x \in \mathbb{Z}$ eine Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x &\equiv a \bmod m \\ x &\equiv b \bmod n \\ x &\equiv c \bmod k. \end{aligned}$$

Man bestimme (ausgehend von x) *alle* ganzzahligen Lösungen. 5 P.

39. Aufgabe: Man zeige (möglichst einfach) 5 P.

$$13^{402} \equiv 68 \bmod 101.$$

40. Aufgabe: Sei $N = \sum_{i=0}^{s} a_i 10^i$ eine natürliche Zahl mit den Ziffern $a_i \in \{0, 1, \ldots, 9\}$. Sei $Q = \sum_{i=0}^{s} a_i$ die Quersumme von N und $Q^{\pm} = \sum_{i=0}^{s} (-1)^i a_i$ die alternierende Querumme von N. Man zeige:

a) N ist durch 3 teilbar genau dann, wenn Q durch 3 teilbar ist.

b) N ist durch 9 teilbar genau dann, wenn Q durch 9 teilbar ist.

c) N ist durch 11 teilbar genau dann, wenn $Q^{\pm}$ durch 11 teilbar ist. 10 P.

41. Aufgabe: **a)** Sei $n = pq$ Produkt zwei verschiedener Primzahlen p und q. Man zeige: Für *jedes* $x \in \mathbb{Z}$ gilt

$$x \cdot x^{\varphi(n)} \equiv x \mod n.$$

b) Man zeige durch ein Beispiel, dass die Formel in a) für allgemeine $n \geq 2$ nicht richtig ist. 10 P.